

2ο Φυλλάδιο Β' Γυμνασίου Πράξεις ρητών 24/09/14

ΛΥΜΕΝΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ-ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ-ΔΙΑΒΑΣΕ ΠΡΟΣΕΚΤΙΚΑ

1. Να υπολογίσετε τα αθροίσματα:

α) $(-3)+(+8)+(-2)+(-4,5)+(+6,2)+(-8)$

β) $\left(+\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{3}{2}\right)+\left(+\frac{1}{3}\right)+\left(-\frac{4}{3}\right)+\left(+\frac{5}{2}\right)$.

Λύση

α) $(-3)+(+8)+(-2)+(-4,5)+(+6,2)+(-8) =$

Χωρίζουμε τους **αρνητικούς** από τους **θετικούς** αριθμούς.

$=(-3)+(-2)+(-4,5)+(-8)+(+8)+(+6,2)=$

• Προσθέτουμε χωριστά τους **αρνητικούς** αριθμούς:

$(-3)+(-2)+(-4,5)+(-8) = -(3+2+4,5+8) = -17,5$.

• Προσθέτουμε χωριστά τους **θετικούς** αριθμούς: $(+8)+(+6,2) = +(8+6,2) = +14,2$.

$=(-17,5)+(+14,2)=$

$=-3,3$

Προκύπτει ένα άθροισμα ενός αρνητικού και ενός θετικού αριθμού από όπου βρίσκουμε το τελικό αποτέλεσμα.

Παρατήρηση

Στην προηγούμενη παράσταση θα μπορούσαμε να είχαμε αντικαταστήσει το άθροισμα των αντίθετων προσθετέων $(-8)+(+8)$ με το **μηδέν**, που στην πρόσθεση δε μεταβάλλει τους άλλους ρητούς και επομένως παραλείπεται.

$(-3)+(+8)+(-2)+(-4,5)+(+6,2)+(-8) =$

$=(-3)+(-2)+(-4,5)+\underbrace{(-8)+(+8)}_0+(+6,2) =$

$=(-3)+(-2)+(-4,5)+0+(+6,2) =$

$=(-3)+(-2)+(-4,5)+(+6,2) =$

$=(-9,5)+(+6,2) = -3,3$

β) $\left(+\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{3}{2}\right)+\left(+\frac{1}{3}\right)+\left(-\frac{4}{3}\right)+\left(+\frac{5}{2}\right) =$

Κάνουμε τα κλάσματα ομώνυμα και χωρίζουμε τους **αρνητικούς** από τους **θετικούς** αριθμούς.

$=\left(+\frac{2}{3}\right)+\left(+\frac{1}{3}\right)+\left(+\frac{5}{2}\right)+\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{3}{2}\right)+\left(-\frac{4}{3}\right) =$

Προσθέτουμε χωριστά τους **αρνητικούς** αριθμούς και χωριστά τους **θετικούς** αριθμούς.

$=\left(+\frac{4}{6}\right)+\left(+\frac{2}{6}\right)+\left(+\frac{15}{6}\right)+\left(-\frac{3}{6}\right)+\left(-\frac{9}{6}\right)+\left(-\frac{8}{6}\right) =$

$\underbrace{+\left(\frac{4+2+15}{6}\right)}_{+\left(\frac{21}{6}\right)} + \underbrace{-\left(\frac{3+9+8}{6}\right)}_{-\left(\frac{20}{6}\right)}$

$=\left(+\frac{21}{6}\right)+\left(-\frac{20}{6}\right) = +\frac{1}{6} = \frac{1}{6}$

Προκύπτει ένα άθροισμα ενός **θετικού** και ενός **αρνητικού** αριθμού από το οποίο παίρνουμε το τελικό αποτέλεσμα.

Για να **αφαιρέσουμε** από έναν αριθμό α έναν αριθμό β, **προσθέτουμε** στον α τον **αντίθετο** του β, δηλαδή $a-b=a+(-b)$.

Στο σύνολο των ρητών η αφαίρεση $a-b$ μπορεί πάντοτε να γίνει ενώ πριν μάθουμε τους αρνητικούς αριθμούς μπορούσε να γίνει μόνο όταν $a>b$.

$$(-7)-(-8)=(-7)+(+8)=+1, \quad (-12)-(+9)=(-12)+(-9)=-21.$$

Απαλοιφή παρενθέσεων

Όταν σε μια παράσταση οι αριθμοί γράφονται μέσα σε παρενθέσεις μπροστά από τις οποίες υπάρχουν τα πρόσημα $+$ ή $-$, μπορούμε να παραλείψουμε τις παρενθέσεις και τα πρόσημα και να γράψουμε την παράσταση με απλούστερο τρόπο. Αυτό γίνεται ως εξής:

- Όταν μια παρένθεση έχει μπροστά της το $+$ (ή δεν έχει πρόσημο), μπορούμε να την απαλείψουμε μαζί με το $+$ (αν έχει) και να γράψουμε τους όρους που περιέχει με τα πρόσημά τους.

$$\text{α) } (-1)+(+7)=-1+7=6.$$

$$\begin{aligned} \text{β) } (2-3+4)+(-5+1-3) &= \\ &=2-3+4-5+1-3= \\ &=2+4+1-3-5-3= \\ &=7-11=-4. \end{aligned}$$

- Όταν μια παρένθεση έχει μπροστά της το $-$, μπορούμε να την απαλείψουμε μαζί με το $-$ και να γράψουμε τους όρους που περιέχει με τα **αντίθετα** πρόσημα.

$$\text{α) } (-1)-(+7)=-1-7=-8.$$

$$\begin{aligned} \text{β) } (2-3+4)-(-5+1-3) &= \\ &=2-3+4+5-1+3= \\ &=2+4+5+3-3-1= \\ &=11-1=10. \end{aligned}$$

3. Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων, αφού πρώτα απαλείψετε τις παρενθέσεις.

$$\text{α) } (-1)+(-3)-(+2)-(-4)+(+6) \quad \text{β) } (-5+3+4)+(+3+2-5)-(1-2+4).$$

Λύση

$$\text{α) } (-1)+(-3)-(+2)-(-4)+(+6)=-1-3-2+4+6=-6+10=+4.$$

$$\begin{aligned} \text{β) } (-5+3+4)+(+3+2-5)-(1-2+4) &= -5+3+4+3+2-5-1+2-4= \\ &= -5-5-1-4+3+3+2+2=-11+10=-1. \end{aligned}$$

4. Αν $a = -2$, $\beta = +3,2$, $\gamma = -1,8$ και $\delta = +2,5$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $A = a - \beta - \gamma + \delta$.

Λύση

Όταν αντικαθιστούμε τις μεταβλητές μιας παράστασης με αριθμούς, στη θέση της μεταβλητής βάζουμε παρένθεση και μέσα τον αριθμό με το πρόσημό του.

$$A = a - \beta - \gamma + \delta = (-2) - (+3,2) - (-1,8) + (+2,5) =$$

Γράφουμε την παράσταση πιο απλά, απαλείφοντας τις παρενθέσεις.

$$= -2 - 3,2 + 1,8 + 2,5 = -5,2 + 4,3 = -0,9.$$

5. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A = -9 - [3 - (2 - 4 + 5)]$ αφού προηγουμένως απαλειφθούν οι παρενθέσεις και οι αγκύλες.

Λύση

$$A = -9 - [3 - (2 - 4 + 5)]$$

Συχνά σε ένα άθροισμα έχουμε τους προσθετέους μέσα σε παρενθέσεις () και αυτές με τη σειρά τους μέσα σε αγκύλες [] .

$$A = -9 - (3 - 2 + 4 - 5)$$

Σε μια τέτοια περίπτωση κάνουμε πρώτα απαλοιφή των παρενθέσεων, δηλαδή αρχίζουμε από μέσα προς τα έξω, οπότε οι αγκύλες γίνονται παρενθέσεις.

$$A = -9 - 3 + 2 - 4 + 5$$

$$A = -9 - 3 - 4 + 2 + 5$$

$$A = -16 + 7$$

$$A = -9.$$

Στη συνέχεια κάνουμε πάλι απαλοιφή των παρενθέσεων και καταλήγουμε σ' ένα άθροισμα που έχει μόνο τους προσθετέους με τα πρόσημά τους.

- Για να πολλαπλασιάσουμε δύο **ομόσημους** ρητούς αριθμούς, πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο αποτέλεσμα (γινόμενο) βάζουμε το πρόσημο **+**.
- Για να πολλαπλασιάσουμε δύο **ετερόσημους** ρητούς αριθμούς, πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο αποτέλεσμα βάζουμε το πρόσημο **-**.

$$+ \cdot + = +$$

$$- \cdot - = +$$

$$+ \cdot - = -$$

$$- \cdot + = -$$

$$(+2) \cdot (+5) = +(2 \cdot 5) = +10 = 10$$

$$(-1,5) \cdot (-4) = +(1,5 \cdot 4) = +6 = 6$$

$$(+2) \cdot (-100) = -(2 \cdot 100) = -200$$

$$(-2,14) \cdot (+10) = -(2,14 \cdot 10) = -21,4.$$

Ιδιότητες του πολλαπλασιασμού

$a \cdot \beta = \beta \cdot a$	Αντιμεταθετική Μπορούμε να αλλάξουμε τη σειρά των παραγόντων.	$(-2) \cdot (-4) = +8$ $(-4) \cdot (-2) = +8$
$a \cdot \beta \cdot \gamma = a \cdot (\beta \cdot \gamma) = (a \cdot \beta) \cdot \gamma$	Προσεταιριστική Μπορούμε να αντικαθιστούμε παράγοντες με το γινόμενό τους.	$(+1) \cdot (-2) \cdot (-3) = (+1) \cdot (+6) = 6$ $(+1) \cdot (-2) \cdot (-3) = (-2) \cdot (-3) = 6$
$a \cdot 1 = a$ $1 \cdot a = a$	Το γινόμενο ενός αριθμού με το 1 ισούται με τον ίδιο τον αριθμό.	$(-3,8) \cdot 1 = -3,8$ $1 \cdot (+195) = +195$
$a \cdot 0 = 0$ $0 \cdot a = 0$	Όταν ο ένας παράγοντας είναι μηδέν το γινόμενο είναι μηδέν.	$(-4) \cdot 0 = 0$ $0 \cdot \left(+\frac{1}{3}\right) = 0$

Για κάθε αριθμό $a \neq 0$, υπάρχει ένας αριθμός $b \neq 0$, έτσι ώστε $a \cdot b = 1$	Οι αριθμοί τότε a και b λέγονται αντίστροφοι ή λέμε ότι ο ένας είναι αντίστροφος του άλλου.	$(+3) \cdot \left(+\frac{1}{3}\right) = 1$ $\left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \left(-\frac{5}{3}\right) = 1$
$a \cdot (\beta + \gamma) = a \cdot \beta + a \cdot \gamma$ $a \cdot \beta + a \cdot \gamma = a \cdot (\beta + \gamma)$ $a \cdot (\beta - \gamma) = a \cdot \beta - a \cdot \gamma$ $a \cdot \beta - a \cdot \gamma = a \cdot (\beta - \gamma)$	<ul style="list-style-type: none"> • Επιμεριστική ιδιότητα για την πρόσθεση. • Επιμεριστική ιδιότητα για την αφαίρεση. 	$2 \cdot (-3 + 1) = 2 \cdot (-3) + 2 \cdot 1 = -6 + 2 = -4$ $5 \cdot 3 - 5 \cdot 9 = 5 \cdot (3 - 9) = 5 \cdot (-6) = -30$

Γινόμενο πολλαπλών παραγόντων

- Όταν έχουμε να πολλαπλασιάσουμε περισσότερους από δύο ρητούς που κανένας δεν είναι μηδέν, πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο βάζουμε:
 - Πρόσημο **+** αν το πλήθος των αρνητικών παραγόντων είναι **άρτιο (ζυγό)**.
 - Πρόσημο **-** αν το πλήθος των αρνητικών παραγόντων είναι **περιττό (μονό)**.
- Όταν ένας παράγοντας είναι **μηδέν**, τότε το γινόμενο είναι ίσο με **μηδέν**. Το σύμβολο \cdot του πολλαπλασιασμού, μπορεί να παραληφθεί μεταξύ γραμμάτων και παρενθέσεων.

- Για να υπολογίσουμε το γινόμενο $(-1) \cdot (+2) \cdot (-3) \cdot (+4) \cdot (-5)$ μετράμε τους **αρνητικούς** παράγοντες που είναι **τρεις (περιττό** πλήθος), οπότε το γινόμενο θα έχει πρόσημο **-**. Στη συνέχεια πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές των αριθμών.

3 αρνητικοί παράγοντες

$$\begin{array}{c} \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ (-1) \cdot (+2) \cdot (-3) \cdot (+4) \cdot (-5) = \\ = -(1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5) = -120. \end{array}$$

- Στο γινόμενο $(-1,23) \cdot (+12,76) \cdot 0 \cdot (+34) \cdot (-50,76)$ υπάρχει μεταξύ των παραγόντων το **μηδέν**, οπότε αυτό ισούται με **μηδέν**.

$$(-1,23) \cdot (+12,76) \cdot 0 \cdot (+34) \cdot (-50,76) = 0.$$

Για να διαιρέσουμε δύο ρητούς αριθμούς, διαιρούμε τις απόλυτες τιμές τους και στο αποτέλεσμα (πηλίκο) βάζουμε:

$$+ : + = +$$

$$- : - = +$$

Το πρόσημο **+**, αν είναι **ομόσημοι**.

$$+ : - = -$$

Το πρόσημο **-**, αν είναι **ετερόσημοι**.

$$- : + = -$$

$$(+15) : (+3) = +(15:3) = +5=5 \quad (-15) : (-3) = +(15:3) = +5=5$$

$$(+15) : (-3) = -(15:3) = -5 \quad (-15) : (+3) = -(15:3) = -5$$

Διαίρεση με διαιρέτη το μηδέν **δεν** ορίζεται.

Οι διαιρέσεις $34:0$, $(-223,2):0$, $\left(-\frac{7}{9}\right):0$ **δεν** ορίζονται.

1. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\alpha) \left(-\frac{4}{5}\right) : \left(-\frac{3}{7}\right) \quad \beta) \left(-3\frac{1}{2}\right) : \left(+\frac{1}{3}\right) \quad \gamma) \frac{-2}{+3} \quad \delta) \frac{-2}{3} - \frac{1}{-4} \quad \epsilon) \frac{-2}{3} : \frac{1}{-4}.$$

Λύση

$$\alpha) \left(-\frac{4}{5}\right) : \left(-\frac{3}{7}\right) = +\left(\frac{4}{5} : \frac{3}{7}\right) = \frac{4}{5} \cdot \frac{7}{3} = \frac{28}{15}.$$

$$\beta) \left(-3\frac{1}{2}\right) : \left(+\frac{1}{3}\right) = \left(-\frac{7}{2}\right) : \left(+\frac{1}{3}\right) = -\left(\frac{7}{2} : \frac{1}{3}\right) = -\left(\frac{7}{2} \cdot \frac{3}{1}\right) = -\frac{21}{2}.$$

$$\gamma) \frac{-2}{+3} = (-2) : (+3) = -(2 : 3) = -\frac{2}{3}.$$

$$\delta) \frac{-2}{3} - \frac{1}{-4} = \left(-\frac{2}{3}\right) - \left(-\frac{1}{4}\right) = -\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = -\frac{8}{12} + \frac{3}{12} = -\frac{5}{12}.$$

$$\epsilon) \frac{-2}{3} : \frac{1}{-4} = \left(-\frac{2}{3}\right) : \left(-\frac{1}{4}\right) = +\left(\frac{2}{3} : \frac{1}{4}\right) = \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{1} = \frac{8}{3}.$$

3. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\alpha) (25-7) : (-9) + [(-8) : (-2)] : (-4) \quad \beta) \frac{-2 + (-8) : (-1)}{6 : (-4 + 1)}$$

$$\gamma) \left[4 - \left(2 : \frac{1}{3}\right)\right] : \left(-\frac{3}{4} + \frac{1}{-2}\right).$$

Λύση

$$\alpha) (25-7) : (-9) + [(-8) : (-2)] : (-4) = \text{Προηγούνται οι πράξεις στις παρενθέσεις και στις αγκύλες: } (25-7)=18 \text{ και } [(-8) : (-2)]=8 : 2=4 \\ = 18 : (-9) + (8 : 2) : (-4) = \\ = 18 : (-9) + 4 : (-4) = \\ = (-2) + (-1) = \\ = -3.$$

Προηγούνται οι διαιρέσεις:
18 : (-9) = -2 και 4 : (-4) = -1

$$\beta) \frac{-2 + (-8) : (-1)}{6 : (-4 + 1)} = \frac{(-8) : (-1) + (8 : 1) = 8}{(-4 + 1) = (-3)} = \frac{-2 + 8}{6 : (-3)} = \frac{6}{-2} = -\frac{6}{2} = -3.$$

$$\gamma) \left[4 - \left(2 : \frac{1}{3}\right)\right] : \left(-\frac{3}{4} + \frac{1}{-2}\right) = \left[4 - \left(2 \cdot \frac{3}{1}\right)\right] : \left[-\frac{3}{4} + \left(-\frac{1}{2}\right)\right] = \\ = (4 - 6) : \left(-\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right) = (-2) : \left(-\frac{3}{4} - \frac{2}{4}\right) = (-2) : \left(-\frac{5}{4}\right) = \\ = +\left(2 : \frac{5}{4}\right) = 2 \cdot \frac{4}{5} = \frac{8}{5}.$$

ΑΛΥΤΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

2. Να υπολογίσετε τα αθροίσματα:

$$\alpha) (-3) + (-15) \quad \beta) (-2,5) + (-5) \quad \gamma) (-8,1) + (+12,4)$$

$$\delta) \left(+\frac{1}{2}\right) + (-0,3) \quad \epsilon) \left(-\frac{2}{3}\right) + \left(-\frac{5}{3}\right) \quad \sigma\tau) \left(+3\frac{2}{5}\right) + \left(-4\frac{1}{2}\right).$$

3. Να κάνετε τις πράξεις:

α) $(-8)-(+5)-(+3)-(-1)$

β) $(+5)-(-3)-(+6)+(-8)-(-4)+(+5)$

γ) $(-2,3)+(-1,6)-(-1,2)-(+0,8)$

δ) $\left(+\frac{1}{10}\right)-\left(-\frac{3}{10}\right)+\left(-\frac{7}{10}\right)-\left(+\frac{9}{10}\right)$

ε) $\left(-\frac{1}{5}\right)-\left(+\frac{1}{4}\right)+\left(+\frac{1}{2}\right)-\left(-\frac{3}{4}\right)$.

11. Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων αφού πρώτα απαλείψετε τις παρενθέσεις και τις αγκύλες, όπου αυτές υπάρχουν.

α) $(-2)-(-3)+(+6)+(-8)+(-12)-(+7)$

β) $(-15-8)-(+3-9)-(-1-6)+(-7+4)$

γ) $\left(-\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\right)-\left(\frac{5}{4}-\frac{1}{2}+\frac{3}{4}\right)+\left(\frac{1}{3}-1\right)$

δ) $5-[-3+14-(12-21)]$

1. Να υπολογίσετε τα γινόμενα:

α) $(-10)(+3)$ β) $(-8)(-5)$ γ) $(+3)\left(-\frac{7}{8}\right)$ δ) $\left(-\frac{2}{7}\right)\left(-\frac{3}{4}\right)$ ε) $(-0,25)(-0,2)$.

4. Να κάνετε τις πράξεις:

α) $4+3\cdot(-5)$

β) $(-1)(-2)-(-3)$

γ) $(-5)\cdot\left(-\frac{1}{5}\right)+4\cdot\left(+\frac{1}{4}\right)$

8. Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

$A=(x-2)(x+2)(x-3)(x+3)$, όταν $x=3$.

$B=x(x+1)(x-1)(x+2)(x-2)$, όταν $x=-3$.

5. Να υπολογίσετε τα πηλίκα:

α) $\frac{-24}{-4-8}$

β) $\frac{5-(-1)\cdot 4}{-3}$

γ) $-\frac{(-1)\cdot(-2)\cdot(-3)}{+6}$

δ) $\frac{(-7)\cdot(-1)-2}{1+4\cdot(-1)}$.

7. Να κάνετε τις πράξεις:

α) $4(-2)(+3):\left(-\frac{1}{5}\right)$

β) $\frac{(-5)(-3)}{2}:\frac{(-1)(-2)}{(+3)(-7)}$

γ) $\left(\frac{-3}{7}-\frac{2}{-7}\right):\left(-\frac{1}{7}\right)$